Т. Д. Гутман

КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ СУММИРОВАНИЯ РЯДА ЗНАЧЕНИЙ НЕУБЫВАЮЩЕЙ ФУНКЦИИ НА ПРИМЕРЕ РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНОЙ КОМПОНЕНТЫ ПОПРАВКИ В ИЗМЕРЕННУЮ ТЕМПЕРАТУРУ

Реализован на IBM-совместимом персональном компьютере под управлением ОС Windows 2000 в интегрированной среде Delphi7 метод [Демежко, 2001] расчета температурной аномалии, возникшей на заданной глубине z в момент времени t_0 в вертикальной скважине для случая, когда выполняются условия: 1) анализируемая среда теплофизически однородна; 2) на интервале наблюдений отсутствуют источники тепла; 3) теплоперенос реализуется по кондуктивному механизму. В предположениях 1–3 имеем аналитическое выражение для нестационарной компоненты аномалии температуры при $t = t_0$:

$$\theta(z,t_0) = \sum k_{\in 1,\infty}\ erfc(z/L_k), \qquad (1)$$

где для $k \in 2,m$ $L_k = 2\cdot(a\cdot(t-t_0))^{1/2}$, $D_k = T_k - T_{k-1}$. Здесь *erfc* — специальная функция:

$$erfc(x) = 1 - erf(x) = 1 - (1/\pi)^{1/2} \int_{[0,x]} e^{-(t\ t)}\ dt. \qquad (2)$$

Разработаны приложения, реализующие описанную выше модель для разных типов исходных и выходных данных. Эти приложения обобщены для вычисления выражений, содержащих многократные вхождения «времяемких» монотонных функций от одного аргумента, в частности для расчета определенных интегралов от неубывающих функций путем их приближения интегральными суммами. В силу своей устойчивости относительно погрешностей исходных данных и отдельных флуктуативных данных, простоте и надежности оценки погрешности, пропорциональной шагу табуляции, а также благодаря возросшим возможностям ЭВМ (скорости обработки данных и объемов оперативной памяти и жесткого диска), этот метод вычисления определенных интегралов представляется достаточно рациональным. Отметим, что он легко обобщается на многомерный случай. В этом случае быстрая сходимость по шагу табуляции достигается, если заменить суммирование всех членов интегральной суммы вычислением среднего арифметического псевдослучайной выборки на их множестве, полученной методом Монте-Карло [Архангельский, 2004] (правда, свойства монотонности функций при многомерном аргументе уже «не работают», и это несколько осложняет применение части изложенных ниже приемов ускорения счета).

Времяемкость расчета существенно понижается при замене операций вычисления функции чтением ее значений из табуляционных таблиц. Резко возросшие за последнее десятилетие аппаратные возможности персональных компьютеров позволяют хранить достаточно представительные табуляционные таблицы на жестком диске и в оперативной памяти.

Следующие два условия могут помочь значительно сократить необходимый объем таблицы: 1) существование конечных пределов табулируемой функции в некоторых точках расширенной числовой оси (то есть включая $\pm\infty$); 2) монотонное убывание длины интервала изменения табулируемой функции f(x) в достаточной близости к предельным точкам. Если предельные точки функции f(x) равны $\pm\infty$, то условие достаточной близости аргумента x к предельной точке заменяется условием: $|x|$ достаточно велико.

Ускорить чтение табуляционных таблиц путем хранения в оперативной памяти их обновляемых по мере необходимости подтаблиц позволяют условия: 3) монотонность расчетных функций (отметим, что это их свойство позволяет просто и надежно оценивать погрешность расчетов); 4) монотонное изменение аргумента функции при вычислении ряда ее значений. Заданную выборку точек (время, температура) для анализируемой скважины всегда можно пронумеровать в порядке неубывания по времени. Если затем при вычислении суммы аномалии температуры по формуле (1) вычислять слагаемые в порядке возрастания номеров, то мы окажемся в условиях 3 и 4. Функция *erf* удовлетворяет условиям 1 и 2. Итак, задача вычисления $\theta(z,t_0) = \sum k_{\in 1,\infty}\ erfc(z/L_k)$ для фиксированной глубины z удовлетворяет условиям 1–4.

Разработано приложение TabFunc генерации табуляционной таблицы для набора (a, b, c, d), где a — функция одного переменного, b — отрезок табуляции, c — шаг табуляции, d — количество чисел в табуляционном файле.

Отметим, что расчеты функций распределения случайных величин отвечают условиям 1–4, что позволяет использовать описанные выше приложения при обосновании статистических гипотез.

Литература:

Демежко Д.К. Геотермический метод реконструкции палеоклимата на примере Урала. Екатеринбург: УРО РАН, 2001. 253 с.

Архангельский А.Р. Язык Pascal и основы программирования в Delphi. М.: Бином-пресс, 2004. 495 с.