

КАРТОГРАФО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСЛОВИЙ РАЗВИТИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ КАРСТА (НА ПРИМЕРЕ Г. УФЫ)

© 2018 г. А. И. Травкин

ООО «ПроектИзыскания», г. Уфа

Введение

Для осуществления картографо-математического моделирования условий развития и распространения карста на исследуемой территории были построены следующие аналитические карты в масштабе 1:10000: геологическая, геоморфологическая, закарстованности, плотности карстовых воронок, глубин залегания и минерализации первого от поверхности водоносного горизонта, изогипс кровли пород уфимского и кунгурского ярусов, изопахит неогеновых и общесыртовых глин, изогипс по подошве аллювиальных отложений, интенсивности эрозионного расчленения, горизонтального и вертикального эрозионного расчленения, высоты расположения кровли гипсов относительно местного базиса дренирования и схема современных движений земной коры с элементами неотектоники. Кроме них, при подготовке данных для картографо-математического моделирования строились и использовались несколько вспомогательных карт: азимутов уклона земной поверхности и кровли пород кунгурского яруса, топографическая земного рельефа, объема утечек из водонесущих коммуникаций, которые служили лишь для снятия количественной информации.

Данная работа выполнена автором в рамках подготовки диссертации на соискание ученой степени кандидата геолого-минералогических наук по специальности 04.00.07 — Инженерная геология, мерзлотоведение и грунтоведение [4].

Анализ основных условий и факторов развития карста

При наличии комплекса аналитических карт становится возможен более глубокий анализ условий и факторов, влияющих на развитие карста, преимущественно на качественном уровне.

Разумеется и на этой ступени используется количественная информация в виде простых чисел — значений таких параметров, как: абсолютные отметки рельефа, кровли различных пород, мощности отложений, уклоны рельефа, минерализация подземных вод и проч., однако для учета всей совокупности данных о процессе необходимо не просто ее использование, а проведение соответствующего поставленным задачам анализа на количественном уровне. С другой стороны, не выполнив качественного анализа и не создав модели воздействия условий и факторов на развитие карстового процесса, невозможно выполнить постановку задачи для решения математическими методами.

Составление базовой модели и получение исходных данных

Непосредственные результаты изучения большинства природных и техногенных условий и факторов, получаемые в процессе инженерно-геологической съемки и анализа имеющихся материалов, сами по себе недостаточны для решения задач оценки и прогноза развития карста, так как они относятся к отдельным замерам мощностей литологических слоев, отметок и углов наклона поверхностей, расстояний, минерализации подземных вод, а измерение соответствующих значений параметров осуществляется с погрешностями. Составленная по этим данным картографическая модель, таким образом, уже содержит в себе определенное отклонение от истинной модели. В связи с этим возникает задача выбора, во-первых, таких показателей закарстованности, условий и факторов, значения которых могут быть получены без больших ошибок, во-вторых, такого способа снятия с картографической модели и распространения полученной информации, чтобы интересующие нас показатели могли с наибольшей степенью достоверности оцениваться для любого

участка исследуемой территории. В общем случае, чем больше количество условий, параметров и факторов учитывается, тем адекватнее натуре создаваемая модель. Однако с увеличением числа параметров возникают трудности в статистической обработке материала, поэтому в модель включается ограниченное количество факторов. Для получения количественных характеристик закарстованности, условий и факторов, влияющих на развитие карста, использовались упомянутые карты.

Количественная оценка зависимости карстового процесса от условий и факторов решалась методами многомерного корреляционно-регрессионного анализа.

В качестве функций ($Y_1, Y_2 \dots Y_7$) приняты следующие показатели закарстованности: Y_1 — плотность карстовых провалов с известной датой образования, случай/км²; Y_2 — плотность карстовых воронок (в том числе и карстовых провалов), штук/км²; Y_3 — удаленность центра участка от центра ближайшей карстовой воронки, м; Y_4 — площадной показатель поверхностной закарстованности, %; Y_5 — объемный показатель поверхностной закарстованности, мм; Y_6 — средний диаметр карстовой воронки (с учетом провалов), м; Y_7 — средний диаметр карстового провала, м.

Аргументами ($X_1, X_2 \dots X_{19}$) являются следующие 19 показателей природных и техногенных условий и факторов: X_1 — абсолютная отметка рельефа земной поверхности, м; X_2 — абсолютная отметка кровли карстующихся гипсов, м; X_3 — мощность перекрывающих гипсы отложений, м; X_4 — мощность аллювиальных четвертичных отложений, м; X_5 — мощность глин неогеновых и общесыртовых, м; X_6 — мощность отложений уфимского яруса, м; X_7 — уклон земной поверхности, градус; X_8 — уклон поверхности кровли гипсов, градус; X_9 — интенсивность эрозионного расчленения земной поверхности, балл; X_{10} — вертикальное эрозионное расчленение земной поверхности, км/км²; X_{11} — горизонтальное эрозионное расчленение земной поверхности, км/км²; X_{12} — глубина залегания первого от поверхности водоносного горизонта, м; X_{13} — минерализация первого от поверхности водоносного горизонта, г/л; X_{14} — удаленность центра участка от тылового шва соответствующей террасы, м; X_{15} — высота кровли гипсов относительно уровня дренирования, м; X_{16} — абсолютная отметка подошвы аллювиальных отложений, м; X_{17} — объем утечек из водонесущих коммуникаций, м³/сутки; X_{18} — удаленность центра участка от ближайшего разрывного нарушения, км; X_{19} — угол между азимутами направления уклонов земной поверхности и кровли гипсов, градус. Поскольку геоморфологический признак более всего подходит для разделения исследуемой территории на участки относительно однородные по влиянию на закарстованность названных групп условий и факторов, исследуемый район делится на пять выборок для: склона водораздела, склона долины, II-ой надпойменной террасы, I-ой надпойменной террасы, поймы. Занимаемая каждым из перечисленных геоморфологических элементов территория была разбита на элементарные площадки площадью приблизительно по 0.25 км². В пределах каждой из таких площадок изменчивость аргументов и функций минимальна. Склон водораздела включал в себя 69 элементарных площадок, склон долины — 23, II-ая надпойменная терраса — 21, I-ая надпойменная терраса — 31 и пойменная терраса — 39 площадок. Всего на исследуемой территории выделено 183 элементарных площадок.

Оценка и прогноз развития карста на основе парного корреляционного анализа

Парному корреляционному анализу подвергались показатели закарстованности и значения влияющих на карстообразование условий и факторов, приведенные выше. Результатом обработки данных по программе парного корреляционного анализа явились парные связи между коррелируемыми величинами, коэффициенты и графики парной корреляции, статистические оценки. Основные результаты анализа представлены в виде матрицы наиболее значимых парных коэффициентов корреляции в табл. 1.

Исследовались двухмерные статистические совокупности для поймы, первой и второй надпойменных террас, склона долины и склона водораздела, а также для всей территории в целом.

Характер распределения рассматриваемых выработок отвечает нормальному закону или незначительно отличается от него.

Анализ результатов парной корреляции показывает, что достаточно высокие коэффициенты корреляции от 0,513 до 0.653 и с наибольшим количеством влияющих факторов: мощностью глин

неогеновых и общесыртовых (X_5), мощностью отложений уфимского яруса (X_6), показателями расчленения земной поверхности — общего (X_9) и горизонтального (X_{11}) — получены для площадного показателя поверхностной закарстованности (Y_4) на II-ой надпойменной террасе.

Для этого же геоморфологического элемента, но с меньшим количеством факторов: мощностью глин неогеновых и общесыртовых (X_5), мощностью глин уфимского яруса (X_6), уклоном рельефа земной поверхности (X_7) — прослеживается достаточно высокая связь (парный коэффициент корреляции 0.526–0.569) для среднего диаметра карстовой воронки (Y_6). Для аргумента мощность глин неогеновых и общесыртовых характер связи обратный, для остальных аргументов — прямой. Обратную связь такого же ранга (парный коэффициент корреляции –0.561 и –0.516) на II-ой надпойменной террасе имеют соответственно плотность карстовых воронок (Y_2) с мощностью глин неогеновых и общесыртовых (X_5) и показатель удаленности участка от ближайшей карстовой воронки (Y_3) — с вертикальным расчленением земной поверхности (X_{10}).

На I-ой надпойменной террасе достаточно высокая связь (коэффициенты корреляции — 0.572 и 0.505) для плотности карстовых воронок (Y_2) устанавливается с мощностью перекрывающих гипсы кунгурского яруса отложений (X_3) и высотой кровли гипсов этого же яруса относительно уровня дренирования (X_{15}); функции удаленности участка от ближайшей карстовой воронки (Y_3) коррелируется с коэффициентом 0.625 с аргументом удаленность участка от тылового шва соответствующей террасы (X_{14}).

На склоне водораздела достаточно высокая связь (парный коэффициент корреляции равен 0.505) устанавливается для плотности карстовых провалов (Y_1) только с уклоном поверхности кровли гипсов кунгурского яруса (X_8); плотность карстовых воронок (Y_2) коррелируется с этим же фактором (X_8), но с меньшим коэффициентом корреляции 0.413.

Для коренного склона долины парные корреляционные связи весьма слабые.

Для всей исследуемой территории наиболее высокие коэффициенты (0.501...0.502) выявлены при корреляции плотности карстовых провалов (Y_1), плотности карстовых воронок (Y_2) и удаленности участка от ближайшей карстовой воронки (Y_3) с следующими факторами: вертикальное расчленение рельефа (X_{10}) — для первого и второго показателей, мощность глин неогеновых и общесыртовых (X_5) — для третьего. Корреляционная зависимость показателей закарстованности со всеми остальными выборками показателей условий и факторов характеризуется меньшими значениями коэффициентов корреляции (менее 0.499). Однако для получения представления сколь резко возрастает количество взаимосвязей между функциями и аргументами с уменьшением парных коэффициентов корреляции, в табл. 1 приведены коэффициенты более 0.400.

Из табл. 1 следует, что наиболее значимыми факторами для оценки закарстованности являются: на склоне водораздела — уклон кровли гипсов кунгурского яруса; на II-ой надпойменной террасе — мощность глин неогеновых и общесыртовых, мощность отклонений уфимского яруса, интенсивность расчленения земной поверхности, вертикальное и горизонтальное расчленение рельефа земной поверхности; на I-ой надпойменной террасе — мощность перекрывающих гипсы кунгурского яруса отложений, удаленность от тылового шва соответствующей террасы, высота кровли гипсов кунгурского яруса относительно уровня дренирования; для всей территории — вертикальное расчленение рельефа земной поверхности.

Таким образом, наиболее низкие корреляционные связи характерны для водораздела, что очевидно связано с большим разнообразием взаимовлияния условий и факторов развития карста.

Для поймы парных корреляционных зависимостей не получено ввиду очень малой информативности ее территории по закарстованности; из 39-ти элементарных площадок лишь для 7-ми зафиксированы карстовые воронки.

Анализ графиков парной корреляции показывает, что на территории исследований, условно назовем ее Уфимским участком, поверхностные карстопроявления полностью отсутствуют при: мощности покрывающих гипсы кунгурского яруса отложений 90 м; мощности пород уфимского яруса более 75 м; мощности неогеновых и общесыртовых глин более 35 м; уклоне земной поверхности более 17°; уклоне кровли гипсов кунгурского яруса более 21°; вертикальном расчленении земной поверхности более 0.45 км/км².

Таблица 1
Матрица наиболее значимых парных коэффициентов корреляции между показателями закарстованности и влияющими на развитие карста условиями и факторами

Показатель закарстованности	Показатели условий и факторов																	
	Склон водораздела X ₆	Вторая надпойменная терраса																
		X ₂	X ₃	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₇	X ₁₈				
Y ₁	0.505																	
Y ₂	0.413		-0.561				0.469			0.408								
Y ₃				-0.423	-0.495		-0.464		-0.516									
Y ₄			-0.591	0.513	0.422		0.653			0.531		-0.456						
Y ₅		0.419	-0.449	-0.485			0.491					-0.462	0.441					
Y ₆			-0.526	0.569	0.534	0.463	0.445		0.462		-0.434							

Показатель закарстованности	Показатели условий и факторов														
	Первая надпойменная терраса										Вся территория				
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₅	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₇	X ₂	X ₅	X ₇	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₃	X ₁₅
Y ₁															
Y ₂	-0.420	0.477	-0.572	-0.431					0.414		0.501				
Y ₃		-0.463	0.452		0.505	-0.440			0.466	0.477	0.542				
Y ₄					-0.474					-0.436		-0.407	-0.411		-0.462

В работе [3] по результатам парного корреляционного анализа приведены значения некоторых показателей, при которых на территории Благовещенского участка Башкирской АССР полностью отсутствуют поверхностные карстопроявления. Сравнение их с полученными (табл. 2) показывает высокую сходимость результатов для Благовещенского и Уфимского участков, что говорит о правильности выбранной методики на данном этапе анализа зависимости карстообразования от инженерно-геологических условий и факторов.

Таблица 2

Сравнение величин показателей, при превышении которых полностью отсутствуют поверхностные карстопроявления на Благовещенском и Уфимском участках

№№	Показатель	Благовещенский участок [3]	Уфимский участок [4]
1	Общая мощность покрывающих гипсы кунгурского яруса отложений	80 м	95 м
2	Мощность пород уфимского яруса	65 м	75 м
3	Мощность глин неогеновых и общесыртовых	40 м	35 м
4	Уклон земной поверхности	13°	17°

Полученные значения показателей, при которых полностью в районе отсутствуют поверхностные карстовые формы, могут быть использованы для предварительной оценки и прогноза устойчивости закарстованных территорий, находящихся в аналогичных условиях.

Таким образом, парный корреляционный анализ позволяет получить более глубокое представление о взаимовлиянии показателей закарстованности и карстообразующих условий и факторов, чем это можно сделать при качественном анализе.

Создание модели взаимосвязи показателей закарстованности и инженерно-геологических условий и факторов

На основе комплекса аналитических карт была создана математическая модель взаимосвязи последних с показателями закарстованности; использовался при этом многомерный корреляционно-регрессионный анализ. Составление уравнений множественной регрессии выполнено с использованием алгоритма «Шаговая регрессия». Критерий Фишера (F), принят также равным 4.0.

Для различных геоморфологических элементов (здесь приведем модель только для склона долины и для всей исследуемой территории) получена серия уравнений множественной регрессии в виде линейной модели первого порядка с несколькими переменными.

Для склона долины:

$$Y_1 = -10.77 + 6.57X_{11} + 16.04X_{13} - 0.17X_{14} + 0.65X_{15} \quad R = 0.80 \quad (1)$$

$$Y_2 = 115.86 - 2.11X_6 \quad R = 0.64 \quad (2)$$

$$Y_3 = 162.84 - 2.36X_{15} \quad R = 0.60 \quad (3)$$

$$Y_4 = -1.49 - 0.48X_7 + 1.47X_{12} \quad R = 0.70 \quad (4)$$

$$Y_5 = 910.67 + 68.2X_{11} + 91.82X_{12} + 3.14X_{19} \quad R = 0.77 \quad (5)$$

$$Y_6 = 11.55 - 83.33X_{10} + 4.72X_{12} \quad R = 0.80 \quad (6)$$

$$Y_7 = -2.72 + 14X_{10} \quad R = 0.53 \quad (7)$$

Уравнения (1, 4, 5, 6) с множественными коэффициентами корреляции от 0.7 до 0.8 могут быть использованы в качестве прогнозных. В этом смысле очень важно уравнение (1), отражающее зависимость плотности карстовых провалов, дата образования которых известна, от влияющих факторов. Из уравнения (1) следует, что устойчивость территории повышается с уменьшением горизонтального расчленения дневного рельефа, минерализации верхнего водоносного горизонта, высоты кровли гипсов относительно уровня дренирования и с удалением от подошвы коренного склона долины. Из уравнений (4) и (5) следует, что закарстованность территории возрастает с умень-

шением уклона и увеличением горизонтального расчленения дневного рельефа, увеличением глубины залегания первого от поверхности водоносного горизонта и угла расхождения между азимутами направления уклонов земной поверхности и кровли гипсов кунгурского яруса.

Для среднего диаметра карстовой воронки получено уравнение (6) с высоким множественным коэффициентом корреляции 0.8; из уравнения следует, что диаметр карстовой воронки будет увеличиваться с уменьшением вертикального расчленения земной поверхности и увеличением глубины первого от поверхности водоносного горизонта.

Получение для склона долины большого количества значимых уравнений множественной корреляции связано, прежде всего, с большим количеством информации о поверхностной закарстованности; для этой территории отсутствуют неинформативные единичные площадки.

Для всей исследуемой территории:

$$Y_2 = 20.92 - 0.19X_3 + 102.24X_{10} + 2.64X_{11} - 0.014X_{14} \quad R = 0.63 \quad (7)$$

$$Y_3 = 288.14 + 8.57X_5 - 42.60X_{11} - 14.27X_{12} + 0.21X_{14} - 2.63X_{17} \quad R = 0.72 \quad (8)$$

$$Y_4 = 0.95 + 0.26X_{11} + 0.24X_{12} - 0.024X_{17} \quad R = 0.41 \quad (9)$$

$$Y_5 = -143.33 + 1.27X_9 + 12.80X_{12} + 0.65X_{16} + 74.58X_{18} \quad R = 0.62 \quad (10)$$

$$Y_6 = 8.84 + 1.45X_{12} - 0.056X_{19} \quad R = 0.42 \quad (11)$$

Значимый коэффициент корреляции имеет только уравнение (8), оно может быть использовано в качестве прогнозного.

Анализ уравнений (7–11) показывает, что для всего исследуемого района при оценке и прогнозе устойчивости территории относительно карстовых провалов, ведущую роль играют следующие факторы: мощность глин неогеновых и общесыртовых, горизонтальное эрозионное расчленение рельефа, глубина первого от поверхности водоносного горизонта, удаленность участка от тылового шва террасы и объем утечек воды из водоносных коммуникаций. Менее значительна роль факторов: мощность покрывающих гипсы отложений, интенсивность расчленения рельефа, удаленность участка от ближайшего разрывного нарушения.

Совершенно не значимым оказался при множественной и парной корреляции фактор мощность четвертичных отложений (X_4); очевидно, что введение его было излишне при наличии фактора абсолютная отметка подошвы аллювиальных отложений.

Для пойменной террасы уравнений множественной регрессии, также как и парных корреляционных зависимостей, не получено ввиду малой информативности ее территории по закарстованности.

Обобщая результаты многомерного корреляционно-регрессионного анализа, следует подчеркнуть, что метод должен базироваться на предварительном, тщательном анализе инженерно-геологических условий развития карста на исследуемой территории. Метод позволил получить необходимые исходные уравнения для прогнозирования закарстованности на сходных территориях.

Впервые получены значимые уравнения зависимости диаметра карстовых воронок от карстообразующих условий и факторов для коренного склона долины и II-ой надпойменной террасы рек Белой и Уфы в пределах территории исследований.

Оценка и прогноз устойчивости закарстованных территорий на основе картографо-математического моделирования

В работах [1, 2] приведены данные по многомерной статистике при изучении инженерно-геологических условий на закарстованных территориях в районе г. Благовещенска Республики Башкортостан и Камского водохранилища. Полученные уравнения множественной регрессии авторы рекомендуют использовать не только для оценки взаимосвязи показателей закарстованности с инженерно-геологическими условиями и факторами и районирования исследуемой территории, но и для прогнозирования карстоопасности по ограниченному количеству признаков с целью рациональной постановки детальных изыскательских работ. Авторы этих работ не ставили задачу осуществить подобный прогноз на аналогичных территориях. Картографо-математическое моделирование позволяет выполнить прогноз карстоопасности на сопредельных с территорией

исследований участках, где имеется достаточно информации об инженерно-геологических условиях, но недостаточно данных по закарстованности.

В результате анализа всех уравнений множественной регрессии, ряд уравнений рекомендованы для использования в качестве прогнозных; к таковым отнесены зависимости со значимыми ($R > 0.7$) множественными коэффициентами корреляции. Анализ показателей природных и техногенных условий и факторов, включенных в статистическую обработку, показывает, что получение значений для целой группы показателей не требует больших затрат. К таковым относятся показатели I типа: абсолютная отметка рельефа, уклон и показатели эрозионного расчленения земной поверхности, удаленность участка от тылового шва соответствующей террасы и от разрывного нарушения, объем утечек из водонесущих коммуникаций. Значение всех перечисленных показателей довольно легко можно получить, используя в основном камеральные методы.

Значения показателей 2 типа: мощность четвертичных отложений и глин неогеновых и общесыртовых, глубина и минерализация первого от поверхности водоносного горизонта, абсолютная отметка подошвы аллювиальных отложений, — можно получить, затратив сравнительно много времени и средств, однако они не требуют проведения таких дорогостоящих и сложных видов работ, как бурение скважин на карст, специальных гидрогеологических и геофизических исследований. Получение всех остальных показателей (3-й тип), отражающих положение или строение массива карстующихся пород, сопряжено с значительными затратами. Очевидно, что наиболее эффективно для прогноза карстообразования применение тех уравнений, получение исходной информации для которых не требует проведения сложных инженерно-геологических работ.

К уравнению I-го типа относится лишь уравнение (12) для I-ой надпойменной террасы:

$$Y_2 = 250.62 - 2.07X_1 - 0.033X_{14} - 0.38X_{17} \quad R = 0.75 \quad (12)$$

Для этого геоморфологического элемента в качестве прогнозного может быть использовано только уравнение (12), анализ которого показывает, что устойчивость территории относительно карстовых провалов повышается с увеличением значений всех входящих в уравнение факторов. Прогноз закарстованности при использовании этого уравнения может быть осуществлен при наличии значений таких факторов, как: абсолютная отметка земной поверхности, удаленность участка от тылового шва террасы, объем утечек из коммуникаций.

В работе [2] к этой же группе относится уравнение, полученное для поймы и I-ой надпойменной террасы:

$$Y_3 = -15.284 + 0.184X_1 - 1.725X_8 \quad R = 0.8258,$$

где Y_3 — площадной показатель закарстованности; X_1 — абсолютная отметка земной поверхности; X_8 — расчлененность территории, выраженная в виде показателя энтропийной характеристики.

К 2-му типу, по трудности получения исходной информации, относятся уравнения (4, 6, и 8) для склона долины и всей территории исследований. В работе [2] к таким уравнениям относятся, по крайней мере, четыре (1; 2; 3 и 4), полученные для III-й надпойменной террасы.

Все остальные уравнения принадлежат к 3-й группе.

Из изложенного следует, что применение большинства уравнений требует проведения сложных изыскательских работ. Очевидно, следует продолжить работу по поиску таких зависимостей, использование которых не требует больших усилий при получении исходных данных.

Выводы

1. Условиям успешного применения количественных методов для оценки и прогноза устойчивости закарстованных территорий является построение картографо-математической модели зависимости карстообразования от влияющих условий и факторов в виде соответствующих карт и уравнений множественной регрессии.

2. В результате парного корреляционного анализа получены количественные оценки влияния условий и факторов на показатели закарстованности. Из уравнений и графиков парной корреляции следует, что на исследуемой территории поверхностные карстопроявления отсутствуют при:

- 1) общей мощности перекрывающих гипсы отложений более 90 м;
- 2) мощности пород яруса более 75 м;

- 3) мощности глин неогеновых и общесыртовых более 35 м;
- 4) уклоне земной поверхности более 17°;
- 5) уклоне кровли гипсов кунгурского яруса более 21°;
- 6) вертикальном расчленении земной поверхности более 0.45 км/км².

3. Получены математические зависимости между показателями инженерно-геологических условий и поверхностной закарстованностью в виде уравнений множественной регрессии, которые могут быть использованы для расчета плотности карстовых провалов, плотности карстовых воронок, площадного и объемного показателей закарстованности, среднего диаметра карстовой воронки.

4. Некоторые уравнения множественной регрессии позволяют осуществить прогноз закарстованности территорий без проведения тяжелых буровых и геофизических работ, а только по морфометрическим и техногенным факторам (абс. отметка рельефа, удаленность от тылового шва, уклон земной поверхности, утечки из водонесущих коммуникаций).

5. Проверка уравнения множественной регрессии на опытном участке показала возможность применения подобных уравнений для оценки и прогноза карстоопасности и районирования закарстованных территорий при отсутствии данных о поверхностных карстопроявлениях и на малоисследованных участках.

Литература:

1. Ведерников В.В., Лехов А.В., Прилепин В.М., Шмагин Б.А. О применении методов многомерной статистики при изучении условий распределения карстовых воронок // Инженерная геология. — 1987. — № 5. — С. 100–106.
2. Зиангиров Р.С., Миронов Н.А., Пендин В.В. Применение многомерного корреляционно-регрессионного анализа для оценки и прогноза устойчивости закарстованной территории // Инженерная геология. — 1986. — № 3. — С. 55–64.
3. Миронов Н.А. Методика оценки и прогноза устойчивости закарстованных территорий (на примере районов развития карбонатного и сульфатного карста): Дис. ... канд. геол.-мин. наук. — М., 1984. — 217 с.
4. Травкин А.И. Прогноз карстоопасности и районирование закарстованных территорий (на примере центральной части г. Уфы): Дис. ... канд. геол.-мин. наук / ПНИИИС Госстроя РСФСР. — М., 1989. — 264 с.